Глава 13. ЦИФРОВЫЕ И КОМБИНАЦИОННЫЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ УСТРОЙСТВА

13.1. ДВОИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Системой счисления называют совокупность символов (цифр) и приемов записи чисел. В зависимости от способа записи (изображения) чисел системы счисления делятся на *непозиционные* (например, римская система счисления) и *позиционные*. В современных ЭВМ используются только позиционные системы счисления.

В позиционной системе счисления значение цифры в числе определяется ее местом (позицией).

Позиционные системы счисления имеют наименования, совпадающие с количеством используемых в них цифр. В повседневной жизни мы пользуемся десятичной системой счисления, в которой для записи чисел используются десять цифр от 0 до 9. Любое положительное число А в десятичной системе можно записать в виде ряда

$$A = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0 + \\ + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \ldots + a_{-m} \cdot 10^{-m},$$

где 10 — основание системы; a_n, a_{n-1}, ..., a_1, a_0, a_{-1}, ..., a_{-m} — коэффициенты, принимающие одно из значений от 0 до 9; n и m — любые целые цисла. Например, число 2078,5 может быть представлено в виде

$$2078{,}5 = 2 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1}.$$

Места, занимаемые цифрами числа, называются *разрядами.* В десятичной системе счисления единица каждого разряда «весит» в 10 раз больше единицы соседнего справа разряда.

При цифровой обработке информации широко используется двоичная система счисления, в которой для записи чисел используются только две цифры: 0 и 1. Любое положительное число B в двоичной системе записывается в виде

$$B = b_n \cdot 2^n + b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \ldots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0 + \\ + b_{-1} \cdot 2^{-1} + \ldots + b_{-m} \cdot 2^{-m},$$

где 2 — основание системы; b_n, b_{n-1}, ..., b_1, b_0, b_{-1}, ..., b_{-m} — коэффициенты, принимающие значения 0 или 1; n и m — любые целые числа.

При записи чисел в двоичной системе счисления (как и в десятичной) знаки «плюс» между разрядами и основания системы с их степенными показателями опускаются, и двоичная запись числа B приобретает вид

$$B = b_n b_{n-1} \ldots b_1 b_0,\ b_{-1} \ldots b_{-m}.$$

Целая часть числа отделяется от дробной точкой.

Числа 0 и 1 записываются в двоичной и десятичной системах одинаково. Начиная с числа 2 запись чисел в двоичной системе отличается от их записи в десятичной системе. Например, число 2 в двоичной системе записывается в виде

$$2_{10} = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 10_2,$$

а число 3 — в виде

$$3_{10} = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 11_2,$$

и т. д. Из этого примера также видно, что в двоичной системе единица каждого разряда (старшего) «весит» в два раза больше единицы соседнего с ним справа (младшего) разряда. Поэтому для записи некоторого числа в двоичной системе счисления необходимо иметь большее число разрядов, чем для записи этого числа в десятичной системе. Несмотря на этот недостаток, двоичная система широко применяется в цифровой технике благодаря тому, что для изображения одного разряда числа требуется элемент с двумя устойчивыми состояниями, одно из которых принимается за 0, а другое за 1. Таким элементом, как известно, может служить триггер.

Арифметические действия с двоичными числами оказываются наиболее простыми по сравнению с арифметическими действиями над числами в других позиционных системах счисления и выполняются в соответствии с правилами, представленными в табл. 13.1.

Табл. 13.1. **Правила выполнения арифметических операций с двоичными числами**

Двоичное сложение	Двоичное вычитание	Двоичное умножение
$0+0=0$	$0-0=0$	$0 \cdot 0=0$
$0+1=1$	$1-0=1$	$0 \cdot 1=0$
$1+0=1$	$1-1=0$	$1 \cdot 0=0$
$1+1=10$	$10-1=1$	$1 \cdot 1=1$

В ЦВМ, помимо двоичной системы счисления, применяются восьмеричная, шестнадцатеричная и двоично-десятичная. Эти системы счисления являются вспомогательными и используются при подготовке задач к решению, т. е. при программировании.

Достоинством восьмеричной системы счисления является то, что запись числа в ней оказывается в три раза короче записи этого же числа в двоичной системе, а переводы из восьмеричной системы в двоичную и наоборот очень просты. Если требуется двоичное число 11010010111 записать в восьмеричном коде, то его разбивают в обе стороны от точки, разделяющей целую и дробную части, на триады и каждую триаду представляют цифрой в восьмеричной системе:

$$\begin{array}{cccc} 011 & 010 & 010 & 111 \\ 3 & 2 & 2 & 7 \end{array}$$

Следовательно, $11010010111_2 = 3227_8$. При переводе восьмеричного числа в двоичное каждую цифру представляют триадой в двоичном коде. Например, число 5327_8 переводится в двоичный код следующим образом:

$$\begin{array}{cccc} 5 & 3 & 2 & 7 \\ 101 & 011 & 010 & 111 \end{array}$$

т. е. $5327_8 = 101011010111_2$.

В шестнадцатеричной системе счисления за основание системы принято число 16, поэтому в ней используется 10 цифр и 6 букв: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F (буквы Л, B, С, D, E и F соответствуют числам 10, 11, 12, 13, 14 и 15 десятичной системы счисления). Эта система счисления используется для представления некоторых специфических видов информации в специализированных ЭВМ. Перевод шестнадцатеричных чисел в двоичные и наоборот подобен аналогичным преобразованиям чисел восьмеричной системы, с той разницей, что вместо двоичных триад используются тетрады. Например, число $1D9,E5_{16}$ переводится в двоичное следующим образом:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & D & 9, & E & 5 \\ 0001 & 1101 & 1001, & 1110 & 0101_{16}. \end{array}$$

Если требуется двоичное число перевести в шестнадцатеричное, то его разбивают на тетрады влево и вправо от запятой, крайние неполные тетрады дополняют нулями, после чего каждую тетраду заменяют соответствующей цифрой шестнадцатеричной системы.

Вместо шестнадцатеричной системы часто применяется двоично-десятичная система, отличающаяся от шестнадцатеричной тем, что в ней каждая двоичная тетрада может принимать только значения 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 или 9. Перевод двоично-десятичного кода в двоичный осуществляется так же, как и перевод шестнадцатеричного числа. Однако перевод двоичного числа в двоично-десятичное отличается от его перевода в шестнадцатеричное, поскольку значения тетрад двоичного числа могут быть равны десятичным числам от 10 до 15. Подобные тетрады не предусматриваются двоично-десятичным кодом и называются псевдотетрадами. Для исключения псевдотетрад осуществляют специальные операции по преобразованию двоичного кода в двоично-десятичный

Двоично-десятичный код часто называют кодом 8421, в котором цифры 8, 4, 2 и 1 обозначают веса значащих двоичных цифр в коде (тетраде). Он применяется для представления входной, выходной и внутренней (для ЭВМ серии ЕС) информаций.