

Глава 10. ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И БАЗОВЫЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ

10.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

В ЭВМ, импульсных и других цифровых устройствах широко применяются логические элементы (ЛЭ). Каждый ЛЭ выполняет вполне определенную логическую операцию. Основными логическими операциями являются:

- логическое отрицание НЕ (инверсия);

логическое сложение ИЛИ (дизъюнкция);

логическое умножение И (конъюнкция).

На основе этих простых логических операций могут строиться и более сложные: операция отрицания логического сложения ИЛИ — НЕ, операция отрицания логического умножения И — НЕ, операция ЗАПРЕТ и др.

Для описания логических операций используется математический аппарат, получивший название алгебры логики или булевой алгебры (в честь ее разработчика — ирландского математика Джорджа Буля). Алгебра логики изучает взаимосвязь между простыми высказываниями, образующими сложные высказывания. С точки зрения алгебры логики простое высказывание может иметь только два значения — истинное или ложное. Одно из этих значений принимается за 1, второе — за 0. Следовательно, простое высказывание является двоичной переменной.

Алгебра логики широко применяется в теории цифровой техники, в которой используются устройства, имеющие два устойчивых состояния равновесия. При этом одно из состояний, соответствующее, например, высокому уровню напряжения, обозначается единицей, а соответствующее низкому уровню напряжения — нулем.

Уровень выходного напряжения логического элемента зависит от уровня входного (или нескольких входных) напряжений. Эта связь отображается таблицей состояний, или таблицей истинности.

Операция логического отрицания НЕ (инверсия) преобразует истинное высказывание в ложное или наоборот. Например, ложное высказывание «два больше трех», высказанное с отрицанием «два НЕ больше трех», становится истинным. Символически операция логического отрицания обозначается в виде черточки над аргументом: $y = \bar{x}$. Такое выражение читается: « y равен НЕ x ».

Операция логического отрицания имеет два исхода в зависимости от значения аргумента: а) если $x = 0$, то $y = 1$ и б) если $x = 1$, то $y = 0$.

Операция логического сложения ИЛИ (дизъюнкция) используется для образования сложного высказывания из простых. При этом сложное высказывание будет истинным, если истинно хотя бы одно из простых высказываний, и ложным, если ложны все простые высказывания. Символически операция ИЛИ обозначается выражениями:

$$y = x_1 + x_2 + x_3 + \dots \text{ или } y = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \dots$$

Читается: « y равен x_1 или x_2 или x_3 ...»

Результаты логической операции ИЛИ для всех возможных комбинаций двух аргументов приведены в табл. 10.1.

Операция логического умножения И (конъюнкция) тоже используется для образования сложного высказывания из простых, но при этом сложное высказывание считается истинным тогда и только тогда, когда истинны все простые высказывания.

Символически операция И обозначается выражениями:

$$y = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots \text{ или } y = x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \dots$$

Читается: « y равен x_1 и x_2 и x_3 ...»

Результаты логической операции И для двух аргументов также приведены в табл. 10.1.

Операция отрицания логического сложения ИЛИ — НЕ, называемая также «стрелкой Пирса», образует сложное высказывание из простых в соответствии со следующим правилом (табл. 10.1): сложное высказывание истинно лишь в том случае, когда ложны все образующие его простые высказывания, и ложно, если истинно хотя бы одно из простых высказываний.

Символически операция ИЛИ — НЕ обозначается выражениями:

$$y = \overline{x_1 + x_2} \text{ или } y = x_1 \downarrow x_2 \text{ или } y = \overline{x_1 \vee x_2}.$$

Операция отрицания логического умножения И — НЕ, известная также под названием «штрих Шеффера», образует сложное высказывание из простых согласно правилу: сложное высказывание истинно, если ложно хотя бы одно из простых высказываний, и ложно, если все простые высказывания истинны (см. табл. 10.1).

Символически операция И — НЕ обозначается выражениями:

$$y = \overline{x_1 \cdot x_2} \text{ или } y = x_1 / x_2 \text{ или } y = \overline{x_1 \wedge x_2}.$$

Операция ЗАПРЕТ представляет сложное высказывание, которое истинно только тогда, когда первое из двух высказываний истинно, а второе — ложно. Символически операция ЗАПРЕТ обозначается выражениями:

$$y = x_1 \cdot \bar{x}_2 \text{ или } y = x_1 \wedge \bar{x}_2.$$

Результаты логической операции ЗАПРЕТ приведены в табл. 10.1.

Табл. 10.1. Результаты логических операций ИЛИ, И, ИЛИ — НЕ, И — НЕ и ЗАПРЕТ

x ₁	x ₂	y				
		ИЛИ	И	ИЛИ — НЕ	И — НЕ	ЗАПРЕТ
0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0

Логические элементы обычно выполняются на базе электронных ключей.